100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

KeepWarm
Renewing district heating

HIDRAULIČKI PRORAČUN CIJEVNIH MREŽA

Prof. dr. sc. Zdravko Virag, prof. dr. sc. Mario Šavar

Zagreb, 18. – 20. veljače 2019.

FSB 100

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Sadržaj prezentacije:

1. Uvod
2. Osnovne jednadžbe
3. Armatura
4. Pumpe
5. Metoda Hardy-Crossa
6. Računalni program - primjeri

UVOD

• Cjevovodne mreže uglavnom rade u približno stacionarnom režimu (uključivanje jednih i isključivanje drugih malih potrošača u sustavu izaziva male poremećaje, a karakteristično vrijeme za te promjene mogu biti sati). Takve se promjene opisuju sekvencom stacionarnih stanja strujanja. Tranzijentne pojave nastaju naglom promjenom radnog režima (mjerenog u sekundama), npr. ispadom pumpe, i one zahtijevaju posebnu pažnju.

• Cjevovodni sustavi pretežno rade u "stacionarnom režimu" (temeljem kojega se cjevovodi dimenzioniraju, vrši izbor materijala, armature, ...)

• Potrebe poznavanja stacionarnog strujanja u cjevovodnim sustavima:

- Otkrivanje mjesta s minimalnim tlakom/potrošnjom, otkrivanje "uskih grla"
- Za pravljenje scenarija "što bi bilo kad bi bilo" – izračunavanje transportnih mogućnosti, proširenja i rekonstrukcije mreže, izdavanje energetske suglasnosti ...
- Za potrebe vođenja i upravljanja mrežom
- Za potrebe obuke operatera mreže

FSB 100

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

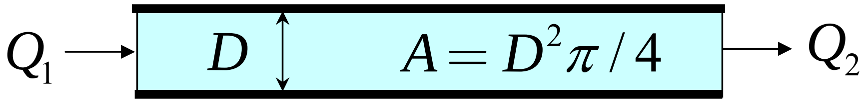
OSNOVNE JEDNADŽBE

Jednadžba kontinuiteta

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

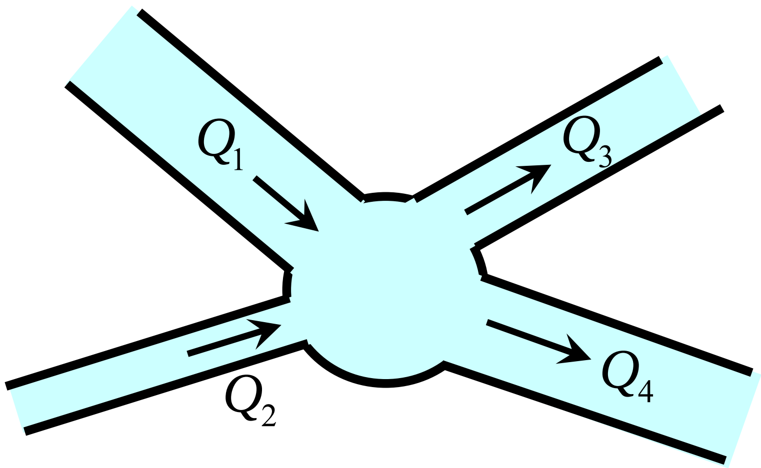
100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

1) Za krutu cijev i nestlačivi fluid



$$\boxed{Q_1 = Q_2 = Q = v_{sr} A = \text{konst.}}$$

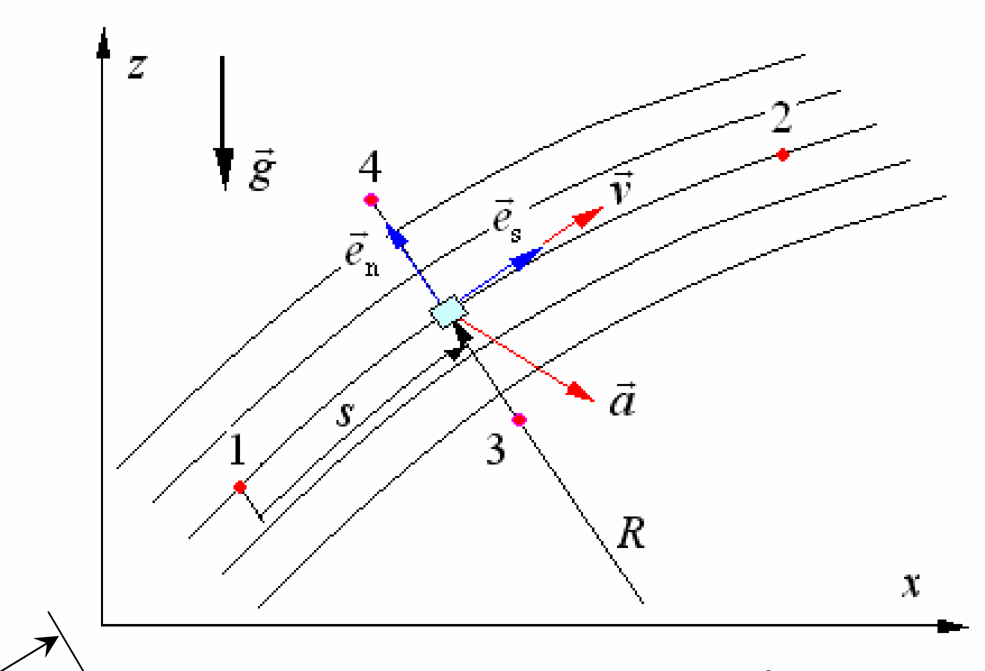
1) Za račvanje (koje ima stalan volumen) i nestlačivi fluid

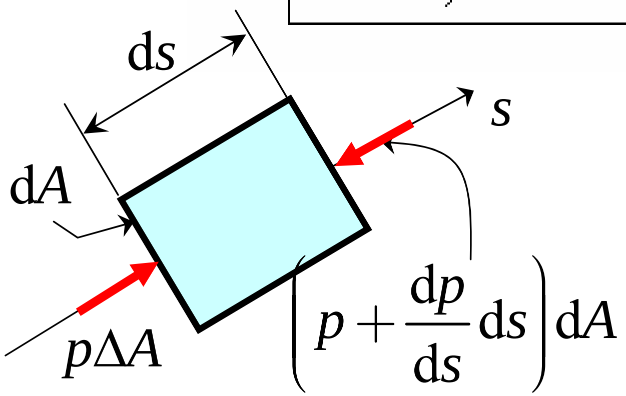


ulazni protok = izlazni protok

$$\boxed{Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4}$$

Bernoullijeva jednadžba





Pretpostavke:

- Stacionarno strujanje
- Idealni fluid

$$v=v(s),\quad a_s=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}$$

II. Newtonov zakon: $ma=F$ u smjeru s

$$\rho\mathrm{d}A\mathrm{d}s v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}=-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s}\mathrm{d}s\mathrm{d}A-\rho g\mathrm{d}A\underbrace{\mathrm{d}s\vec{k}\cdot\vec{e}_s}_{\mathrm{d}z}$$

$$\int_1^2 \mathrm{d}\left(\rho\frac{v^2}{2}+p\right)=-\rho g\int_1^2\mathrm{d}z$$

$$\left(\rho\frac{v^2}{2}+p+\rho gz\right)_1=\left(\rho\frac{v^2}{2}+p+\rho gz\right)_2$$

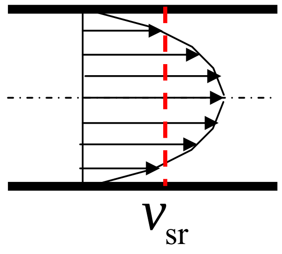
$$\left(\frac{v^2}{2g}+\frac{p}{\rho g}+z\right)_1=\left(\frac{v^2}{2g}+\frac{p}{\rho g}+z\right)_2$$

$$\boxed{h=\frac{p}{\rho g}+z}=\text{Piezometrička visina}$$

$$\boxed{\left(\overbrace{\frac{v^2}{2g}+h}^{h_{tot}}\right)_1=\left(\frac{v^2}{2g}+h\right)_2}$$

Modificirana Bernoullijeva za stacionarno strujanje u cijevi (1)

1) Ispravak kinetičke energije



$$\frac{v^2}{2} \Rightarrow \alpha \frac{v_{sr}^2}{2} \quad \text{gdje je} \quad \alpha = \frac{1}{v_{sr}^3 A} \int_A \frac{v_{sr}^3}{2} \mathrm{d}A$$

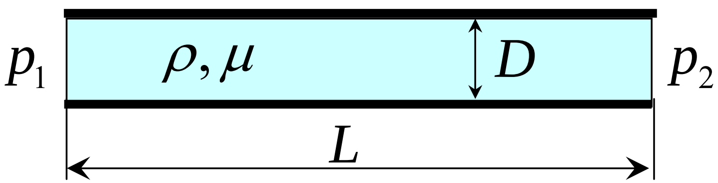
Za turbulentno strujanje: $\alpha = 1{,}03$ do $1{,}10$

U praksi se uzima $\alpha = 1$, a srednja brzina se podrazumijeva: $v_{sr} = v$

---

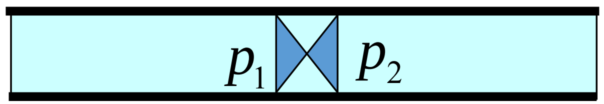
2) Trenje: sila trenja pretvara mehaničku energiju u unutarnju ("gubici" energije)

Linijski gubici:



$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{8LQ^2}{\pi^2 D^5 g}$$

Lokalni gubici:



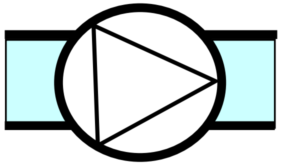
$$h_{fm} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = K \frac{v^2}{2g} = K \frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g}$$

$$h_f = \lambda \frac{L_{ekv}}{D} \frac{v^2}{2g} = K \frac{v^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad L_{ekv} = \frac{KD}{\lambda}$$

Modificirana Bernoullijeva za stacionarno strujanje u cijevi (2)

FSB 100
100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu
100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

3) Pumpa

h_1, v_1  h_2, v_2

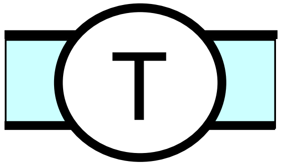
Visina dobave pumpe:

$$h_\mathrm{P} = \left(\frac{v_2^2}{2g} + h_2\right) - \left(\frac{v_1^2}{2g} + h_1\right)$$

Snaga koju pumpa daje:

$$P_\mathrm{P} = \rho g Q h_\mathrm{P}$$

4) Turbina

h_1, v_1 

h_2, v_2

Pad visine energije u turbini:

$$h_\mathrm{T} = \left(\frac{v_1^2}{2g} + h_1\right) - \left(\frac{v_2^2}{2g} + h_2\right)$$

Snaga koju turbina uzima:

$$P_\mathrm{T} = \rho g Q h_\mathrm{T}$$

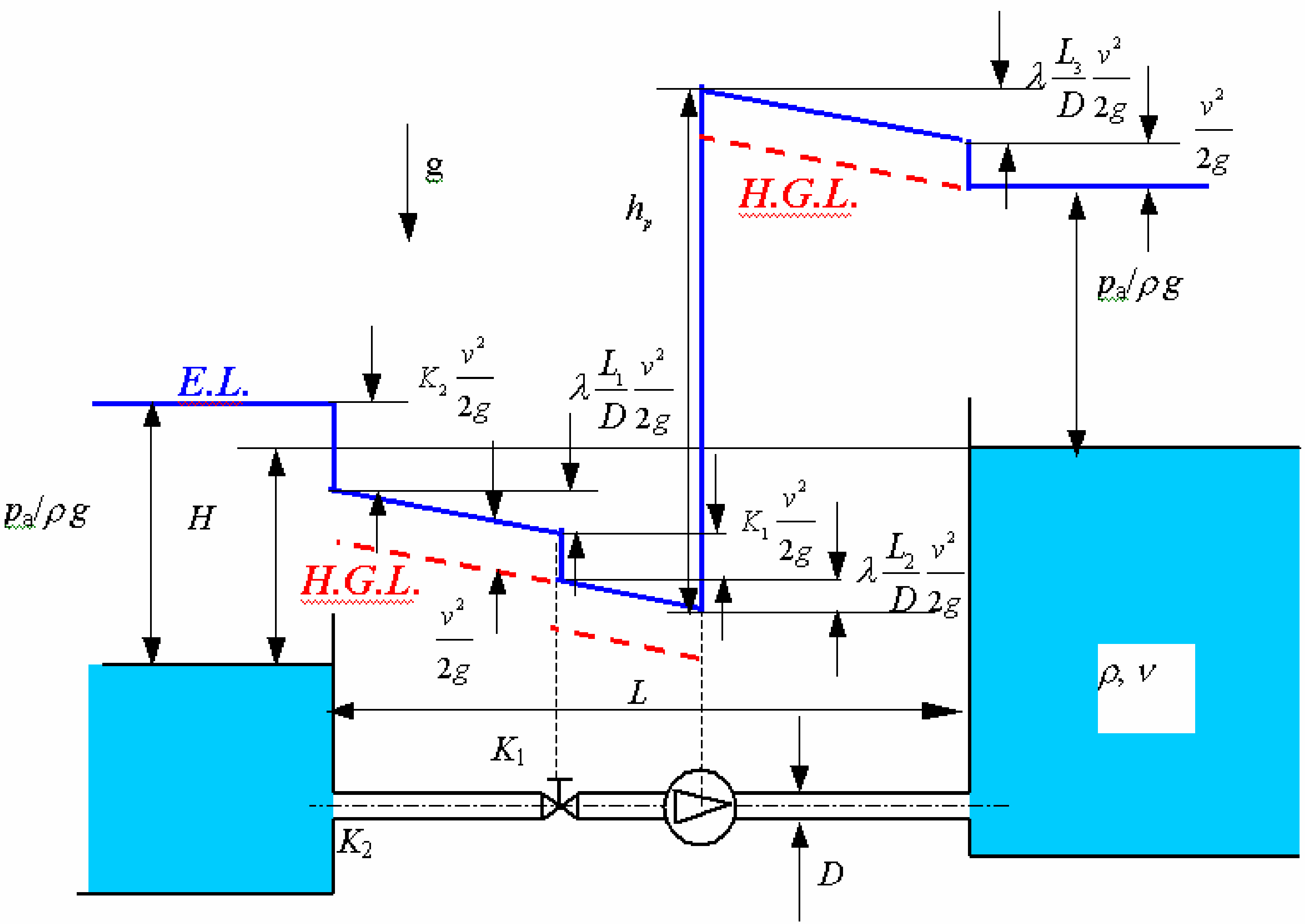
Modificirana Bernoullijeva jednadžba za nestlačivo strujanje u krutoj cijevi:

$$\boxed{\alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + h_\mathrm{P} - \sum h_\mathrm{f} - \sum h_\mathrm{fm}}$$

Modificirana Bernoullijeva – jednostavni cjevovod

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb



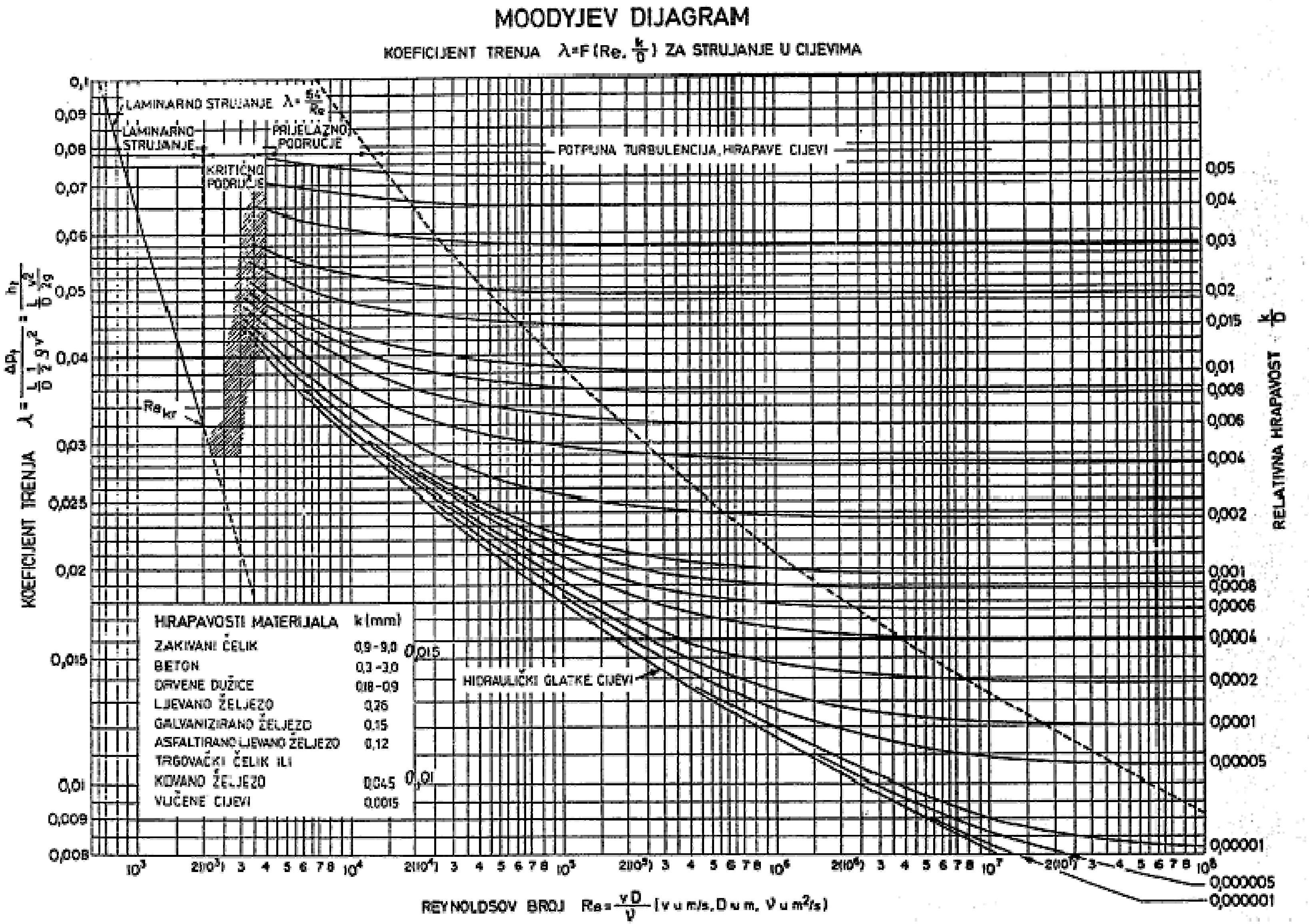
Modeliranje faktora trenja $\lambda = \lambda\,(Re,\ k/D)$

FSB 100

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

$$h_\mathrm{f} = \lambda \frac{8LQ^2}{\pi^2 D^5 g}$$



Modeliranje faktora trenja (2)

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D \mu} \qquad \text{ili} \qquad Re = \frac{vD}{\upsilon} = \frac{4Q}{\pi D \upsilon}$$

Laminarno strujanje $Re < 2300$: $\lambda = \dfrac{64}{Re}$ (analitičko rješenje Hagen-Poiseuillea)

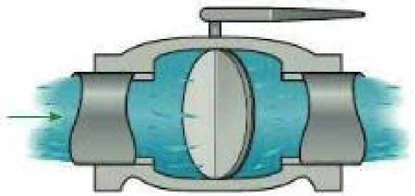
Turbulentno strujanje formula Colebrook - White

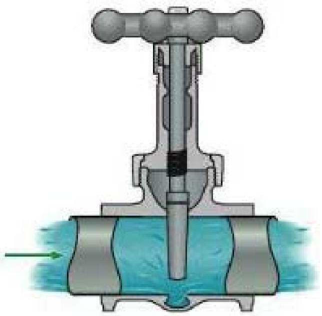
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0{,}86859 \cdot \ln\left(0{,}2698\frac{k}{D} + \frac{2{,}5119}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$$

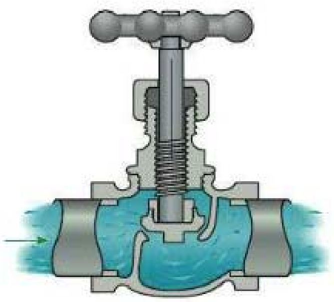
Eksplicitna formula Swamee-Jain, koja je dovoljno točna, a primjenjiva praktički za čitavo područje Moodyjeva dijagrama uz *Re*>5000, a koja glasi

$$\lambda = \frac{1{,}325}{\left[\ln\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

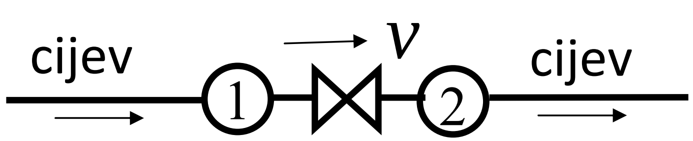
Lokalni gubici – armatura i spojni elementi (1)







Model:

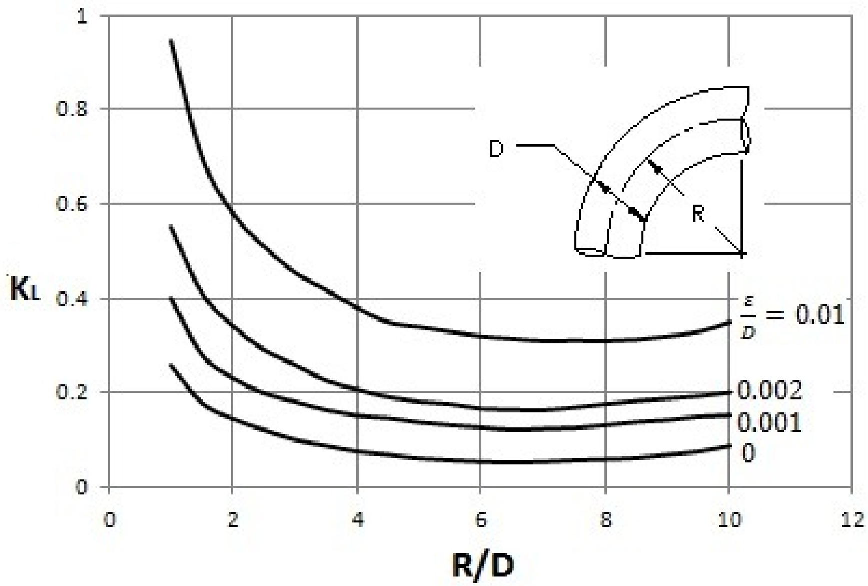


Lokalni gubitak K

$$h_{\text{tot},2} = h_{\text{tot},1} - K\frac{v^2}{2g}$$

Napomena: Gubici u ventilima, zapornicama, jednosmjernim ventilima i ostaloj armaturi su posljedica vrtloženja strujanja, koje je će biti to veće što je skretanje strujanja veće. Potpuno otvoreni kuglasti ventil ima zanemarive gubitke.

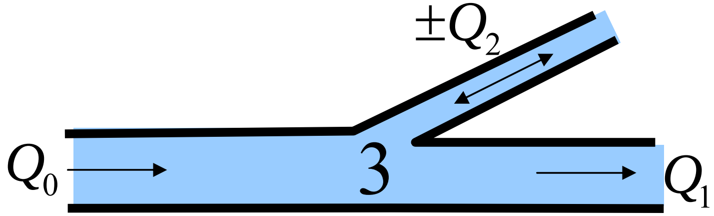
Tipični dijagram za koeficijent lokalnog gubitka koljena



Lokalni gubici (2)

- Koeficijent lokalnog gubitka je kao i faktor trenja, funkcija Reynoldsova broja i hrapavosti stjenke. Kao i kod faktora trenja, pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja, koeficijent poprima konstantnu vrijednost.
- U dugim cjevovodima lokalni gubici čine mali postotak od ukupnih gubitaka, pa se mogu obračunati, kroz povećanu hrapavost stjenke cijevi (povećani faktor trenja).
- Kod kratkih cjevovoda lokalne gubitke treba pažljivo modelirati. Ako se dva lokalna gubitka nalaze blizu jedan drugome, lokalni gubitak je u pravilu veći nego da su oni na velikoj udaljenosti.
- Pri istrujavanju iz velikog spremnika, profil brzine u cijevi je gotovo ravnomjeran po presjeku, a s udaljavanjem od spremnika on se razvija (izobražava). Gubici trenja su u početku razvoja profila veći nego u izobraženom strujanju.
- Slično vrijedi i za račvanje strujanja, profil se nakon račvanja treba izobraziti.
- **Preporuka: model sustava treba kalibrirati usporedbom s mjerenjima.**

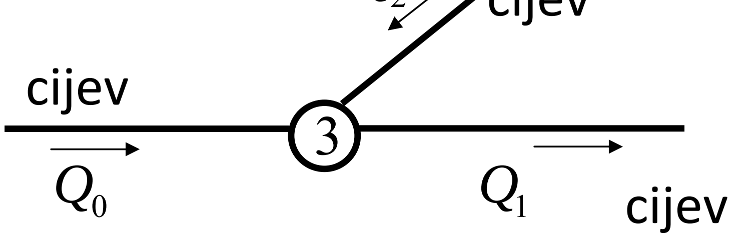
Lokalni gubici - račvanje(3)



- Postoje različiti koeficijenti lokalnog gubitka za grane koji zavise od kuta račvanja, smjerova strujanja, omjera protoka i površina poprečnog presjeka. Komplicirano!

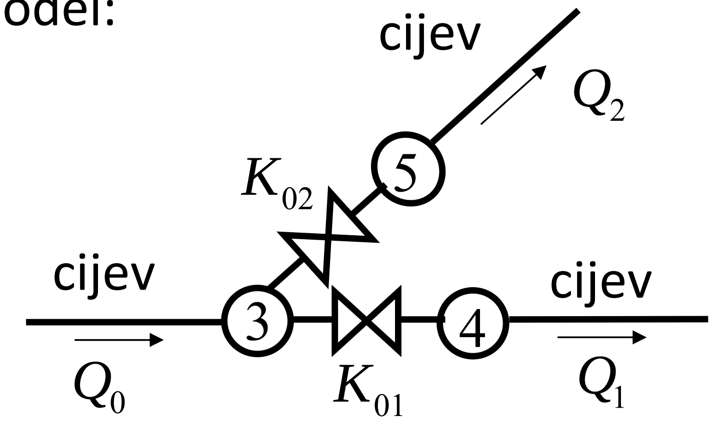
U dugim cjevovodima, gubitak račvanja se zanemaruje.

Model:



U kratkim cjevovodima

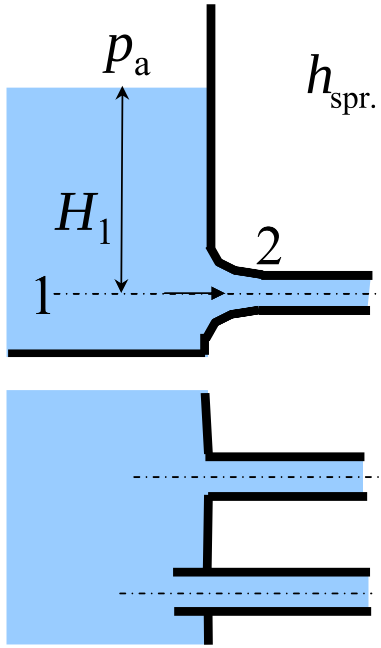
Model:



U nekim situacijama koeficijent K_{02} može biti negativan!

Lokalni gubici (4)

Istjecanje iz velikog spremnika:



$$h_{spr.} = \frac{p_a}{\rho g} + H_1$$

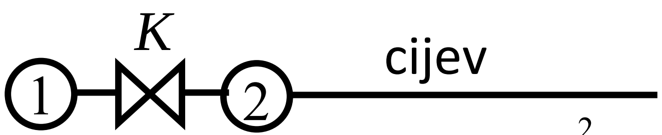
$K = 0{,}04$

$K = 0{,}2 - 0{,}5$

$K = 0{,}8$

Lokalni gubitak

Model:

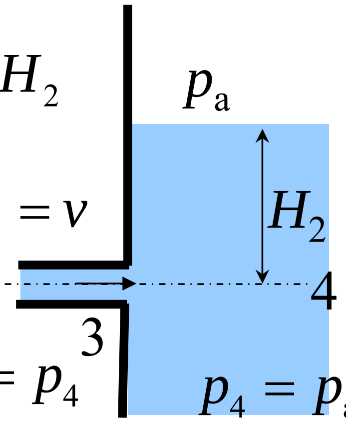


$h_{spr.}$

$$h_{tot,2} = h_{spr.} - K\frac{v^2}{2g}$$

Utjecanje u veliki spremnik:

$$h_{spr.} = \frac{p_a}{\rho g} + H_2$$



$v_3 = v$

$p_3 = p_4$

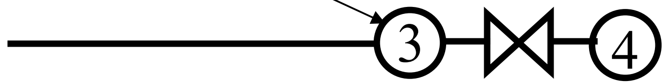
$p_4 = p_a + \rho g H_2$

$$h_{tot,3} = h_{spr.} + \frac{v^2}{2g}$$

Lokalni gubitak

$K = 1$

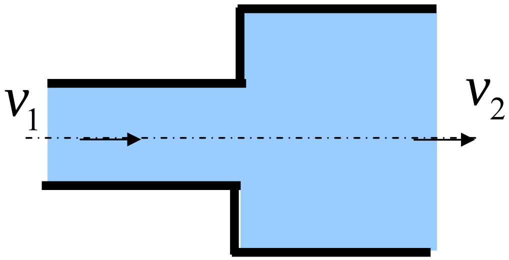
Model:



$h_{spr.}$

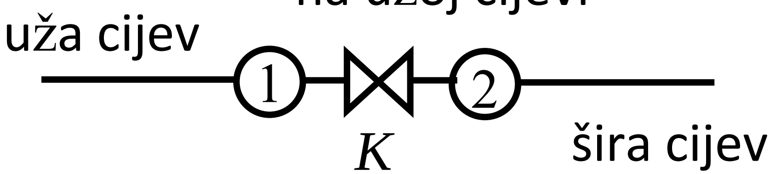
Lokalni gubici (5)

Naglo proširenje

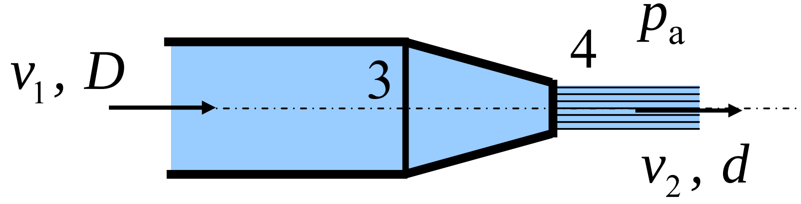


$$K = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 \qquad h_{\mathrm{fm}} = K\frac{v_1^2}{2g}$$

Model: Lokalni gubitak na užoj cijevi



Mlaznica



$$h_3 = \frac{p_3}{\rho g} + z \qquad h_{\mathrm{fm}} = K\frac{v_2^2}{2g} \qquad h_4 = \frac{p_a}{\rho g} + z$$

Jedinica obračunava visinu kinetičke energije $\dfrac{v_2^2}{2g}$

Lokalni gubitak Na promjeru d

$1 + K$

Model:

Jednosmjerni ventil (zaklopka)

Dopušta strujanje samo u jednom smjeru

Dok je strujanje u dopuštenom smjeru, modelira se kao i svaki drugi ventil, pomoću koeficijenta lokalnog gubitka K.

Za strujanje u nedopuštenom smjeru koeficijenta lokalnog gubitka K se postavlja na visoku vrijednost (npr. 10^{20}), koja će osigurati da protok bude praktički jednak nuli, a da se može izračunati razlika tlaka ispred i iza ventila.

Regulacijski ventil tlaka

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu
100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Ovaj ventil na izlazu zadržava regulirani tlak p_{reg}, sve dok kroz njega protječe fluid i dok je tlak na ulazu ventila veći od reguliranog tlaka. Funkciju ovog ventila se modelira lokalnim gubitkom promjenjivog koeficijenta lokalnog otpora K_{reg}, koji se računa iz formule:

$$p_{\mathrm{ispred}} - p_{\mathrm{reg}} = K_{\mathrm{reg}} \frac{1}{2} \rho v^2$$

Vrijednost koeficijenta lokalnog otpora K_{reg} ne može biti manja od minimalno zadane vrijednosti (K_{zad}).

Ako bi tlak na izlazu iz ventila postao veći od tlaka na ulazu, ventil se zatvara, što se modelira visokom vrijednošću koeficijent lokalnog gubitka (npr. K_{reg} =10^{20}).

Regulacijski ventil protoka

Zadatak regulacijskog ventila protoka je osigurati točno propisani protok Q_{reg} kroz ventil sve dok je razlika tlakova ispred i iza ventila veća od neke potrebne razlike Δp_{min}. Pri toj razlici tlakova kroz ventil će fluid protjecati upravo protokom Q_{reg} , a koeficijent lokalnog gubitka ventila će biti K_{zad}. Promjenjivi koeficijent lokalnog gubitka regulatora je definiran izurazom:

$$p_{\mathrm{ispred}} - p_{\mathrm{iza}} = K_{\mathrm{reg}} \frac{1}{2A^2} \rho Q_{\mathrm{reg}}^2$$

Vrijednost koeficijenta lokalnog otpora K_{reg} ne može biti manja od minimalno zadane vrijednosti (K_{zad}).

Ako bi tlak na izlazu iz ventila postao veći od tlaka na ulazu, ventil se zatvara, što se modelira visokom vrijednošću koeficijent lokalnog gubitka (npr. K_{reg} =10^{20}).

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

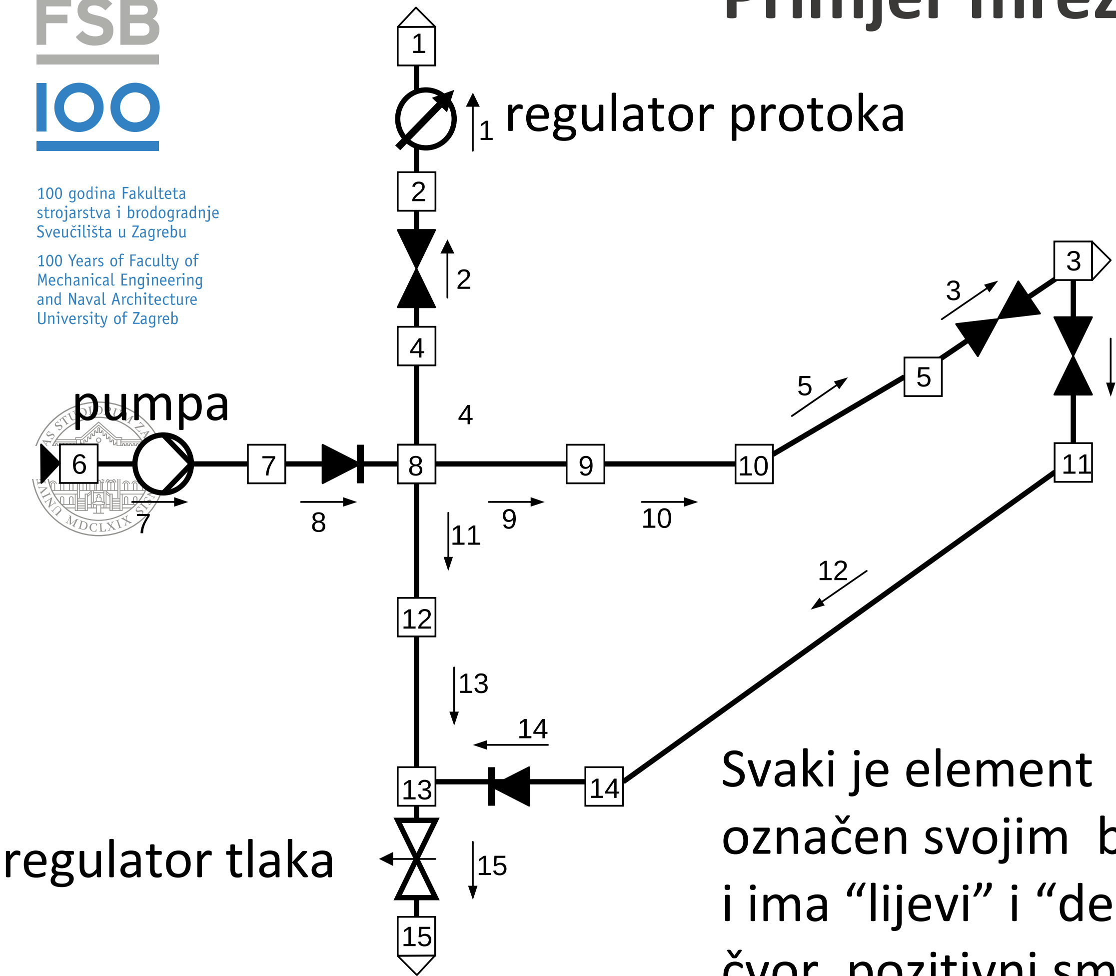
Prezentacija prof. M. Šavar

FSB 100

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Primjer mreže



OPIS	ZADAJE SE
Element cijevi	D (m)- promjer cijevi L (m) - duljina cijevi k (m) - visina hrapavosti
Lokalni gubitak	D (m)- promjer K - koeficijent lok. gubitka
Crpka	$\pm N$ (-)-broj crpki D (m)- promjer Q (l/s) – protok (4 točke) H (m) -visina dobave (4 točke)
Regulator tlaka	D (m)- promjer p_{reg} (bar) - regulirani tlak K_{zad} - koeficijent lokalnog gubitka otvorenog regulatora
Regulator protoka	D (m)- promjer Q_{reg} (l/s) - regulirani protok Δp_{reg} (bar)- potrebna razlika tlaka

Svaki je element označen svojim brojem, i ima "lijevi" i "desni" čvor, pozitivni smjer protoka je od lijevoga prema desnomu čvoru.

Čvor može opskrbni, potrošački ili prolazni.

Matematički model:

1) Jednadžba kontinuiteta za svaki čvor (suma svih protoka u i iz čvora je nula):

$$\sum Q = 0$$

2) Pad (prirast) visine energije na elementima

$$\Delta h = h_\mathrm{f} = \lambda \frac{8LQ^2}{\pi^2 D^5 g} = r|Q|Q$$ - gubitak na elementu cijevi

$$\Delta h = h_\mathrm{f} = K \frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g} = r|Q|Q$$ - lokalni gubitak (ventili, regulatori, spojni elementi)

$$\Delta h = h_\mathrm{P} = A + BQ + CQ^2$$ - visina dobave pumpe

Nepoznanice:
- Protoci kroz sve elemente
- Visine energije (piezometričke visine, odnosno tlakovi) u svim čvorovima

Neka pravila

1) U opskrbnom ili potrošačkom čvoru se može zadati ili tlak ili protok! (vrijedi jednadžba kontinuiteta za cijelu mrežu – protok koji ulazi u mrežu mora biti jednak protoku koji iz nje izlazi – u cirkulacijskom sustavu ti su protoci jednaki nuli).
2) U čvoru u kojem se ne zada niti tlak niti protok, pretpostavlja se da je protok jednak nuli
3) Tlak mora biti zadan barem u jednom čvoru (u matematičkom modelu se barata samo s razlikama tlaka – razina tlaka nije bitna – za određivanje razine tlaka u sustavu tlak se mora zadati barem u jednom čvoru).
4) Ako je na jednom elementu cijevi više lokalnih gubitaka, oni se mogu prikazati jednim čiji je koeficijent lokalnog gubitka jednak njihovoj sumi lokalnih gubitaka

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

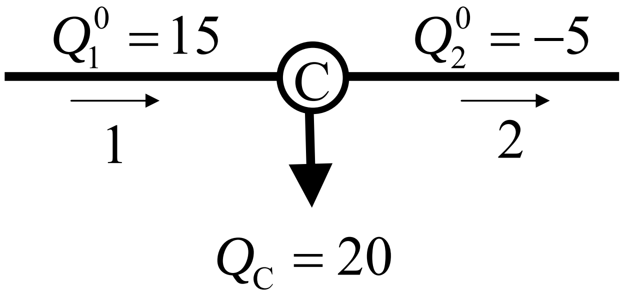
100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Metoda Hardy-Crossa za rješavanje matematičkog modela (1)

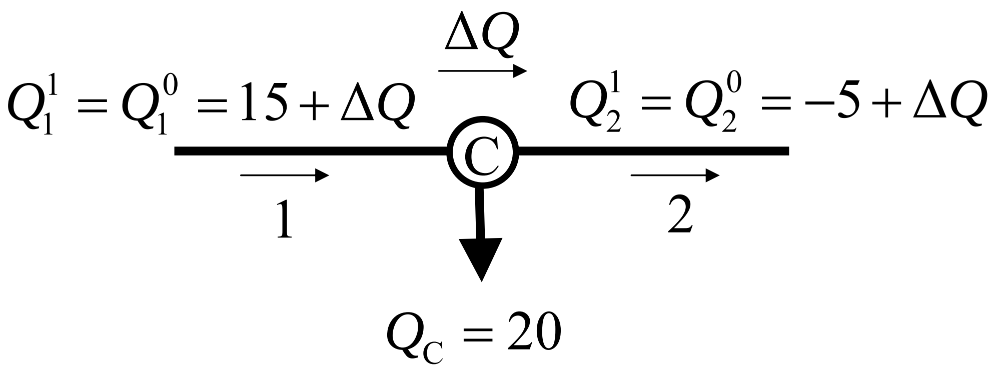
Ideja metode:

1) Pretpostaviti početne protoke kroz elemente mreže, tako da je jednadžba kontinuiteta zadovoljena u svakom čvoru.
2) Iterativno korigirati protoke, na način da se jednadžba kontinuiteta ne narušava, sve dok ne budu zadovoljene jednadžbe za promjenu visine energije na svim elementima.

Primjer korekcija protoka u elementima koja neće narušiti jednadžbu kontinuiteta:



$$\boxed{Q_1^0 - Q_2^0 - Q_C = 0}$$



$$\boxed{Q_1^1 - Q_2^1 - Q_C = 0}$$

Metoda Hardy-Crossa – preformulacija matematičkog modela

FSB 100

100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

1) Jednadžba kontinuiteta za svaki čvor (suma svih protoka u i iz čvora je nula):

$$\sum_{k=1}^{N_C} Q_k + Q_C = 0$$ - Ostaje zadovoljena nakon korekcija protoka

2) Suma promjena visine energije na elementima koji čine petlju je nula

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} \Delta h = 0$$, npr. za petlju bez pumpe $$\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} r_i \left|Q_i\right| Q_i = 0$$

Uz pretpostavljene protoke Q^0 suma promjena visine energije Δh^0 neće biti jednaka nuli, pa se traži korekciju protoka ΔQ, koja će tu sumu učiniti jednakom nuli, tj. sukladno Newtonovoj metodi tražimo da bude

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} \Delta h^0 + \sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} \frac{\mathrm{d}\left(\Delta h^0\right)}{\mathrm{d}Q} \Delta Q = 0$$ ili za petlju bez pumpe

$$\boxed{\Delta Q = -\frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} r_i \left|Q_i^0\right| Q_i^0}{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} 2 r_i \left|Q_i^0\right|}}$$

Metoda Hardy-Crossa (3)

FSB 100
100 godina Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu
100 Years of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

1) Slučaj kada je pumpa u petlji:

$$\boxed{\Delta Q = -\frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} r_i \left|Q_i^0\right| Q_i^0 - h_{\text{P}}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} 2r_i \left|Q_i^0\right| - \dfrac{\mathrm{d}h_{\text{P}}}{\mathrm{d}Q}}}$$

$$h_{\text{P}} = A + BQ + CQ^2$$

$$\frac{\mathrm{d}h_{\text{P}}}{\mathrm{d}Q} = B + 2CQ$$

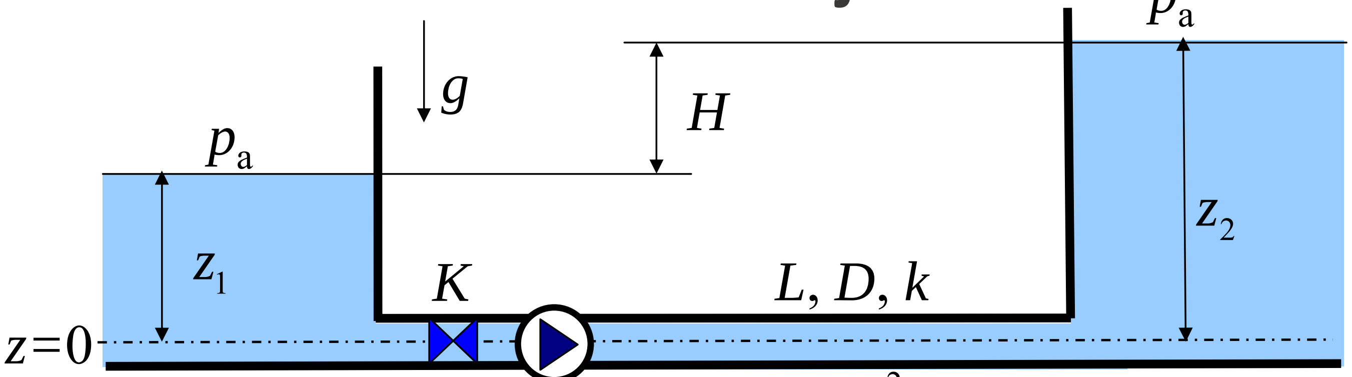
2) Slučaj petlje sa zadanom razlikom piezometričkih visina u dvije točke Δh=konst.

$$\boxed{\Delta Q = -\frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} r_i \left|Q_i^0\right| Q_i^0 + \Delta h}{\sum_{i=1}^{N_{\text{petja}}} 2r_i \left|Q_i^0\right|}}$$

$$\Delta h = \text{konst.}$$

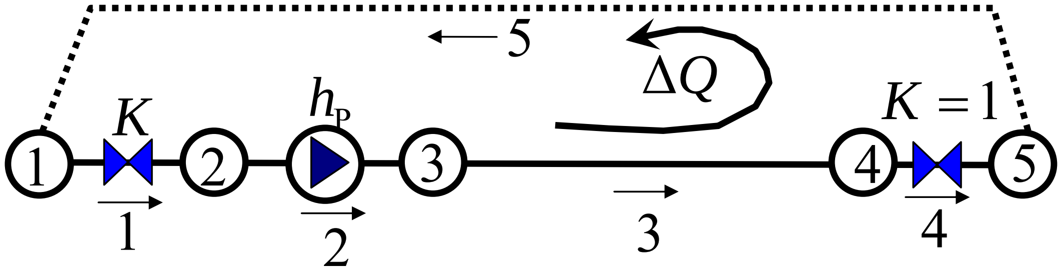
$$\frac{\mathrm{d}(\Delta h)}{\mathrm{d}Q} = 0$$

Primjer



$$h_P = A + BQ + CQ^2$$

Model:



$$h_1 = \frac{p_a}{\rho g} + z_1$$

$$h_5 = \frac{p_a}{\rho g} + z_2$$

$$\Delta Q = -\frac{r_1|Q|Q - h_P + r_3|Q|Q + r_4|Q|Q + H}{2r_1|Q| - (B + 2CQ) + 2r_3|Q| + 2r_4|Q|}$$

<u>padovi visine:</u>

$$\Delta h_1 = \frac{8KQ^2}{\pi^2 D^4 g} = r_1|Q|Q$$

$$\Delta h_2 = -h_P$$

$$\Delta h_3 = \frac{8\lambda L Q^2}{\pi^2 D^5 g} = r_3|Q|Q$$

$$\Delta h_4 = \frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g} = r_4|Q|Q$$

$$\Delta h_5 = H = \text{konst.}$$